Annals of Mathematics and Philosophy
Online version, ***vol.* 2**, ***n°* 2**, 2024

$M \times \Phi$

# Style et dualité chez Gilles-Gaston Granger

Éric Audureau [1]

**Résumé.** Après une présentation succinte des traits originaux du système philosophique de Granger, on se propose de montrer que la notion de style mathématique ne peut prétendre être un substitut de la philosophie traditionnelle des mathématiques. À cet effet, on indique d'abord en quel sens le style dépend du principe de dualité. On essaye ensuite de montrer, en le passant au crible des progrès de la logique mathématique, que le principe de dualité ne tient pas ses promesses.

**Mots-clés.** Épistémologie française contemporaine ; logique et calcul des séquents ; philosophie des mathématiques ; principe de dualité ; style mathématique ; systèmes philosophiques.

(1) Le matériel de cet article provient de deux exposés : « M. Granger et le calcul des propositions », donné en décembre 1990 au Séminaire d'Épistémologie Comparative de l'Université de Provence, et « Dualité et contenu formel », présenté au *Séminaire Granger*, organisé par Gabriella Crocco et Philippe Abgrall, le 22 novembre 2022.

Présenter en quelques pages la philosophie de Gilles-Gaston Granger (1920-2017), l'Épistémologie Comparative, décrire ce qu'elle a de spécifique, en particulier dans son épistémologie des mathématiques, est un défi qu'il vaut mieux avouer être incapable de relever, ne serait-ce que parce que nous sommes loin d'en être l'un des exégètes. On a donc choisi un stratagème permettant d'en brosser d'une manière un peu décousue les aspects principaux en partant d'un fait présent sur le marché actuel de la philosophie.

Avec la notion de style l'œuvre de Granger semble connaître aujourd'hui un regain d'intérêt, notamment, mais pas exclusivement (2), pour son rôle en philosophie des mathématiques. Cet attrait de la pensée contemporaine pour ce que, il y a encore peu, les zélotes de la philosophie analytique appelaient dédaigneusement « l'épistémologie à la française » est sans aucun doute réconfortant. Encore faudrait-il que ce nouvel engouement, qui, autant qu'on puisse en juger, s'accorde avec les orientations actuelles de la philosophie des mathématiques qui privilégient l'étude du « travail des mathématiciens » au détriment des recherches sur les fondements, ne repose pas sur des équivoques (3). Or, on prêterait trop peu à Granger si l'on pensait que la notion de style soit autonome, détachable de sa pensée, et prête à l'emploi comme le serait un outil en libre-service, à la façon d'une formule dans un répertoire d'expressions algébriques.

Le style selon Granger ne peut être conçu indépendamment d'une *catégorie primitive de la pensée*, qu'il appelle *principe de dualité de l'opération et de l'objet*, dont on essayera de faire voir qu'elle est la clé de voûte de son système philosophique. Or, une fois cette liaison explicitée, l'épistémologie de Granger se retrouve sur un terrain beaucoup plus familier, puisqu'il a dominé la philosophie de la connaissance du XX^e^ siècle : celui des controverses sur la nature et l'origine de la connaissance mathématique et de ses rapports avec la logique (4). Par quoi on voit qu'on prêterait trop généreusement au style si on y voyait un substitut de la philosophie classique des

(2) Par exemple [Costa 2013].

(3) À cet égard, les pages de la *Stanford Encyclopedia of Philosophy* qui se proposent de montrer que le rôle épistémologique du style défendu par Granger est compatible avec un réalisme des entitées ou des structures mathématiques sont de si mauvais augure qu'on en vient à se demander si c'est bien l'*Essai d'une philosophie du style* qu'a lu leur rédacteur.

(4) Ces controverses se sont éteintes avec la mort de Quine. À la suite de quoi des avatars du naturalisme quinien, comme par exemple celui de Nancy Cartwright, ont prospéré pour envahir le terrain de la philosophie de la connaissance.

mathématiques, telle qu'elle s'est dessinée au début du XX$^{e}$ siècle, alors qu'il ne s'agit, *in fine*, que d'un constituant d'un nouveau système philosophique proposé aux débats sur les fondements des mathématiques.

La position de Granger, en raison de son originalité indiscutable, suscite inévitablement un diagnostic. On a donc pris le risque d'en formuler un en nous conformant aux termes choisis par l'auteur. Il en ressortirait que la clé de voûte de l'édifice semble bien fragile, ce qui compromet, entre autres, la solidité de l'un de ses piliers : le style.

## § 1. — Aperçu du système de Granger.

Les grands ouvrages qui lui ont valu sa notoriété (5) pouvaient difficilement dévoiler à ses lecteurs l'ambition réelle poursuivie par Granger. Ceux-ci, principalement *Pensée formelle et sciences de l'homme* (1960) et *Essai d'une philosophie du style* (1968), ne traitent que de certains éléments de son système, sans que ce dernier ne soit exposé et encore moins professé. La profonde originalité de la matière de ces essais se suffisait à elle-même pour retenir l'attention; attention prêtée autant par le monde savant que philosophique. D'ailleurs, il semble que Granger n'ait jamais exposé systématiquement sa philosophie, bien que l'on en trouve les thèmes principaux de façon plus ou moins explicite dans chacun de ses livres. On ne tentera pas de combler cette lacune, à supposer que cela en soit une. Cependant il paraît utile de donner, à titre préalable, une description à traits grossiers des aspects les plus généraux de cette philosophie, en particulier de ceux qui ne seront pas discutés dans ces pages, de sorte à ce que le lecteur peu familiarisé avec la pensée de Granger puisse s'en faire une image provisoire.

Nous omettrons, dans cette description, de faire état des influences reconnues par le philosophe. Mentionnons les, cependant, en suivant l'auteur dans ce qui est sans doute, avec sa *Leçon inaugurale au Collège de France* (6), la plus accessible et la plus concise

(5) Cette notoriété n'a cependant jamais franchi les limites de la recherche universitaire pour parvenir jusqu'à l'espace public, comme l'atteste le fait que l'essayiste Élisabeth Badinter et le politicien Robert Badinter ont pu publier un ouvrage sur Condorcet tout en ignorant l'existence de *La mathématique sociale du marquis de Condorcet* que Granger fit paraître en 1955.

(6) [Granger 1987].

présentation de son œuvre [7]. Il reconnaît quatre influences principales. Celles, « quelquefois adverses », de G. Bachelard et J. Cavaillès ; celle de « l'œuvre d'exégèse des systèmes philosophiques de Martial Gueroult » ; et, enfin, celle des « grands Viennois des années 30 » avec qui, et contre qui, il a tenté de poser les problèmes de la science.

**Un système philosophique complet.** D'abord, « toute philosophie est [...] un système, de façon apparente ou cachée, qu'il soit ouvertement exposé ou revendiqué comme tel, ou qu'au contraire l'idée même de système soit explicitement récusée [8]. » Par conséquent, par exemple, une philosophie des mathématiques qui ne serait qu'une philosophie des mathématiques ne serait pas de la philosophie à proprement parler, au sens où Granger l'entend. Entre autres, elle esquiverait le problème de l'unité de la science. Problème qu'il faut « maintenir [car] il y a bien une unité de la science, parfaitement compatible avec la diversité de ses manifestations et de ses méthodes [9]. » On voit donc la différence avec la conception néo-positiviste, laquelle tentait de réduire l'ensemble des connaissances scientifiques à *une* méthode unique et générale. Par ailleurs, la forme systématique de toute philosophie digne de ce nom semble apparenter celle-ci à la connaissance scientifique. Néanmoins, contre Kant qui « a orienté l'épistémologie moderne, sinon dans son contenu, du moins dans sa forme, en s'interrogeant sur la possibilité de la science [10] », Granger récuse sans appel l'idée que la philosophie puisse être une science, bien qu'il s'agisse d'une connaissance réelle procédant par concepts, mais d'une connaissance sans objets [11].

Ensuite, cette philosophie est complète au sens où Granger s'est prononcé sur toutes les questions importantes traitées par la philosophie des origines à nos jours. Cette affirmation surprendra peut-être puisque son œuvre, constituée soit d'ouvrages d'épistémologie, soit de monographies sur des auteurs de premier plan — Aristote et Wittgenstein — semble muette sur l'éthique et la morale,

(7) [Granger 1985].
(8) [Granger 1993, 390]. *Cf.* également [Granger 2003, 13].
(9) [Granger 1988, 123].
(10) [Granger 1960, 8].
(11) Le lecteur pressé ou paresseux qui souhaiterait se dispenser de lire [Granger 1988] et en savoir plus trouvera une description concise des différences entre science, esthétique et philosophie dans l'article concluant [Granger 1994], « Formes, opérations, objets dans les sciences et en philosophie ».

lesquelles sont pourtant inscrites au programme de tous les grands auteurs du passé. Granger s'est expliqué sur ce mutisme. Pour lui, éthique et morale sont inévitablement débitrices d'affects. Il est vrai que la philosophie peut « *éclairer le choix d'un guide pour l'action*. En ce sens, il y a bien dans toute Morale une partie purement philosophique et une partie post-philosophique, mais c'est cette dernière seulement qui formule des préceptes d'action [12]. » La philosophie ne pénètre dans la politique ou la morale qu'à travers des idéologies, c'est-à-dire en transformant des concepts en images et en substituant des mouvements affectifs spontanés au travail de la pensée, car tel est le prix de l'action. Cette position s'accorde très bien avec ce fait anecdotique signalé par Wikipedia : Granger se définissait comme un fonctionnaire de la raison. Le philosophe est un salarié de l'État qui a des devoirs à l'égard de la Nation. Citoyen comme les autres, son avis sur les lois régissant la Cité ne compte pas plus que celui de n'importe quel autre citoyen.

**Le rôle du langage.** « On ne remarque pas assez à quel point la considération de la formulation linguistique est passée sous silence dans le kantisme [13]. » Ici Granger adopte une position largement consensuelle, cultivée sans relâche par la philosophie analytique, mais ses conceptions sont d'une toute autre teneur. La mention de quelques exemples sur les rôles qu'il prête au langage, ou plutôt aux différents types de langages, permettra de le voir.

**1.0.1. Les langages de la science.** Une science ne peut être constituée sans la création d'un langage qui lui soit propre. L'exemple du passage de l'alchimie à la chimie, traité en cinq pages admirables dans *Pensée formelle et sciences de l'homme*, le montre sans appel [14]. De plus, le symbolisme des langages *écrits* de la science permet de s'affranchir de l'unidimensionalité du langage ordinaire. Lorsque l'idée de valence vient remplacer celle d'électro-positivité, un autre aspect du langage symbolique de la chimie apparaît, aux côtés du symbolisme de la nomenclature de Guyton de Morveau et de Lavoisier : la disposition dans l'espace des symboles de la nomenclature. Propriété symbolique mise en valeur avec la notion d'isomérie « qui permet de représenter les propriétés chimiques et

(12) [Granger 2003, 17]. *Cf.* également [Granger 198**5 ?**, 198].
(13) [Granger 1960, 12]. La question a été reprise et approfondie dans [Granger 1979, 24-35].
(14) [Granger 1960, 45-50].

physiques distinctes par la disposition différente des signes dans un espace à deux ou trois dimensions [15] ». Le lecteur mathématicien abondera facilement en ce sens en songeant aux services multiples rendus à l'algèbre par le symbolisme bidimensionnel.

On voit comment, avec la création des langages spécialisés des sciences, le problème de l'unité de la science s'avère plus complexe que ne l'avait envisagé Carnap et qu'il doit être posé à nouveaux frais.

**1.0.2. Mérites et limites de la linguistique mathématique.** Granger a porté une attention particulière aux progrès, et aux égarements éventuels, de la linguistique, la plus avancée des sciences humaines à ses yeux.

Pour les progrès, signalons, entre autres, l'importance attribuée à la méthode structurale en linguistique, prônée par Baudoin de Courtenay et Saussure, qui culmine avec la phonologie de Troubetzkoi. Ce structuralisme est bien évidemment différent de celui de Bourbaki, mais il atteste du caractère fructueux de la démarche, commune à la linguistique et aux mathématiques, qui revient à considérer que « l'objet est saisissable dans sa profondeur non pas en tant que porteur de propriétés (...) internes mais comme système de relations entre éléments par ailleurs non marqués, dont les seules propriétés envisagées dérivent de ces relations mêmes [16]. »

Pour les égarements, signalons l'élaboration précise et rigoureuse de la distinction entre *système symbolique* et *système formel* destinée à dissiper les identifications abusives des langues naturelles à des systèmes formels comme ceux de la logique et des mathématiques, soit que l'on croit qu'une langue est un système formel, soit, inversement, que l'on voit dans un système formel un mode d'expression identique à une langue naturelle [17].

**1.0.3. La recherche des universaux.** [18] La mise au point précédente ne doit pas laisser penser que pour Granger logique et linguistique ne doivent entretenir aucun commerce. Nous verrons d'ailleurs plus bas, que le principe de dualité est envisagé comme origine commune de la logique et du langage.

(15) [Granger 1960, 50].
(16) [Granger 1960, 2].
(17) L'article « Langue et système formel » paru en 1971, est repris sous une forme modifiée comme cinquième chapitre de [Granger 1979]. Il a été réimprimé sous sa forme originale dans [Granger 2003].
(18) [Granger 1979, ch. IX].

Si la linguistique devait se borner à une description ou à une explication des faits de langues données, elle « ne mériterait qu'à demi le nom de science ». Pour accéder au statut de science, pour que le fait linguistique devienne objet de connaissance, la linguistique ne peut se dispenser de rechercher des universaux du langage. C'est à ce prix que les régularités observées dans la description de langues particulières pourront échapper aux explications *ad hoc* et sans portée générale. Granger, après avoir rappelé le caractère illusoire de la recherche d'une langue mère qui serait dépositaire de catégories universelles et l'échec du projet leibnizien, reconnu par Leibniz lui-même, d'isoler un noyau logique commun à toutes les langues, examine plus en détail différentes tentatives de « recensement empiriste » des universaux : celles de Charles Hockett, de Joseph Greenberg et, avec une attention plus particulière, de René Thom [(19)], pour les rejeter. Pensant avoir montré que toute tentative de recensement inductif des universaux était vaine, il formule alors ses propres propositions, définissant en chemin ce que doit être une théorie linguistique. Ce qui, notons-le, est une espèce d'anomalie car, en principe, l'épistémologie comparative s'astreint à ne pas marcher sur les plates-bandes de la science.

Il est inutile d'ajouter à ces remarques que la deuxième partie de l'*Essai d'une philosophie du style* est consacrée au *Style et structures du langage* pour comprendre que chez Granger le remède au silence de Kant sur le langage ne saurait d'aucune manière être assimilé à ce que la philosophie analytique appelle le « tournant linguistique ». On peut d'ailleurs estimer qu'avec son approche des langages Granger entend se démarquer explicitement de la philosophie analytique.

**La philosophie pour l'Âge de la science : Épistémologie comparative versus Métaphysique comparative.** Pour terminer cette description sommaire de la philosophie de Granger il est opportun de dire quelques mots du projet d'une Philosophie pour l'Âge de la science. Cela nous permettra de signaler trois points importants : d'abord, l'influence qu'a pu avoir Granger sur les développements ultérieurs de la recherche philosophique française ; ensuite, quelques uns des traits spécifiques de cette recherche ; enfin, ce qui unit et oppose Granger à Jules Vuillemin, son compagnon de route.

(19) Granger s'est arrêté à plusieurs reprises sur les conceptions linguistiques de Thom.

**1.0.4.** En 1968, année des remises en cause, Granger et Vuillemin créent une collection d'ouvrages intitulée *Philosophie pour l'Âge de la science* ainsi que la revue éponyme, *L'âge de la science*. Dans le comité scientifique de celle-ci on trouvait les noms de N.Chomsky, G.Kreisel, W.Quine et R.Thom. Ce qui suffit pour comprendre que ce projet était concerné au premier chef par l'origine, la nature et la fonction de la connaissance mathématique. Plus généralement, sa vocation principale était de faire sortir la philosophie française d'une forme de provincialisme qui l'avait maintenue à l'écart des courants qui, entre les deux guerres mondiales, avaient inspiré les mondes germanique et anglo-saxon. Avant ces initiatives, avant les travaux de Granger et de Vuillemin, l'étude des œuvres de Carnap, Frege, Goodman, Quine, Russell ou Wittgenstein était absente du paysage philosophique français. Cependant, ce mouvement d'«internationalisation » de la philosophie française n'abolit pas la spécificité de l'épistémologie promue par Granger et Vuillemin.

**1.0.5.** Trois traits principaux caractérisent ce projet. Le premier, hérité des travaux de Martial Gueroult qui a introduit la méthode stucturale en histoire de la philosophie, consiste à couper les liens qui unissent de façon indécise cette histoire de celle des idées [(20)]. Les systèmes philosophiques du passé doivent, pour reprendre l'expression de Saussure, être étudiés en eux -mêmes et pour eux-mêmes. Ce qui revient à tenir comme négligeables les circonstances historiques de leur naissance et, *in fine*, à récuser l'idée de progrès en philosophie. Le deuxième trait est formulé dans une brève note cosignée par les deux philosophes [(21)], également publiée en 1968, sur l'épistémologie en France depuis 1950 : dans cette tradition les liens entre histoire des sciences et philosophie des sciences sont indissociables. Ce que Granger, pour sa part, formule ainsi : « une histoire des sciences ne saurait se réduire à une chronique des états successifs de la science, ni une philosophie des sciences à une analyse structurale indifférente aux enchaînements et aux péripéties de leur histoire ». Enfin, ce point a déjà été évoqué précédemment, l'idée traditionnelle d'une philosophie première est maintenue. La philosophie pour l'Âge de la science n'est pas, comme c'est souvent le cas aujourd'hui, une philosophie de..., des mathématiques, de l'espace, du temps, du langage,

(20) Cette méthodologie n'introduit pas d'ordre de dignité entre histoire de la philosophie et histoire des idées ; elle n'a pour but que de reconnaître la philosophie pour ce qu'elle est.
(21) [Granger et Vuillemin 1968].

de l'esprit, ou de tout ce que l'on voudra, mais une philosophie tout court dans laquelle, bien entendu, mathématiques, espace, temps, langage, esprit, etc. sont pris en compte. La conjonction de ce trait avec le premier a comme conséquence le pluralisme philosophique : le fait que différents systèmes philosophiques puissent coexister est inscrit dans la nature même de la philosophie. On peut dire qu'il s'agit là d'une position de bon sens puisque l'ambition, affichée par pratiquement tous les grands philosophes du passé, d'éliminer les doctrines de leurs prédéceseurs pour instaurer définitivement la leur a été constamment démentie par l'histoire.

Ces trois caractéristiques n'épuisent pas la spécificité de ce projet, mais elles suffisent pour le distinguer aussi bien des traditions extérieures à l'Hexagone que de ce qui l'a précédé et suivi en France.

**1.0.6.** L'une des expressions les plus manifestes du pluralisme philosophique est précisément l'opposition entre les doctrines de Granger et de Vuillemin. Lorsque l'on considère les œuvres des deux philosophes selon la chronologie de leur production, on constate que bien souvent elles se répondent l'une à l'autre, de telle sorte que l'on comprend mieux l'une lorsqu'on connaît l'autre. En effet, avec le projet d'une philosophie pour l'Âge de la science Granger et Vuillemin circonscrivent les limites d'un débat dans lequel ils occupent deux pôles opposés. La comparaison de l'Épistémologie comparative de Granger et de ce que, faute de mieux, on pourrait appeler la Métaphysique comparative de Vuillemin permet de mettre en valeur l'originalité de la philosophie du premier, tout en fixant les termes de l'enjeu de son entreprise, dont on verra à quel point elle se détache de l'orthodoxie.

Le trait le plus frappant de l'Épistémologie comparative, lorsqu'on considère son développement chronologique, c'est sa constance, trait que l'on rencontre rarement, même chez les plus grands philosophes. Les idées directrices posées dans le premier article que Granger publia en 1947 « *Pygmalion* » *Réflexions sur la pensée formelle* — principalement, la proposition d'éliminer toute forme de dualisme — n'ont jamais été remises en cause. Elles ont été précisées, étoffées, mises à l'épreuve, mais jamais abandonnées puisque ce mémoire contient en germe ce qui sera plus tard le principe de dualité. Bien souvent, on trouve dans des articles anciens de l'auteur la matière mise en attente de futurs ouvrages importants. Par exemple, le livre sur *La connaissance philosophique* publié en fin de carrière, en 1988, développe le projet esquissé dans l'article de 1959 « Sur la connaissance en philosophique ».

Le second trait, bien plus important que le précédent, est l'abandon, pour ne pas dire la dévalorisation, de la métaphysique. Une dévalorisation qui se manifeste d'abord par une forme de détachement à l'égard de l'histoire de la philosophie. Dès la première page de l'*Essai d'une philosophie du style* Granger nous dit vouloir, d'une part, « retrouver la vérité du kantisme, en le rendant indépendant tout à fait d'un idéalisme et d'une philosophie de la conscience » et, d'autre part, « retrouver l'aristotélisme en tant que philosophie dynamique des structures, mais libéré de ses paradigmes biologiques, et rendu indépendant d'une ontologie » ; la lecture des grands auteurs du passé n'ayant, pour lui, qu'un pouvoir de suggestion. Ensuite, comme nous le verrons plus bas, en déniant tout rôle à la métaphysique dans l'élaboration des œuvres scientifique [(22)]. À quoi il faut ajouter, nous l'avons déjà dit, qu'il ne peut y avoir de philosophie morale.

Vuillemin après avoir été longtemps kantien et, à ce titre, cru que la philosophie pouvait être une science, est devenu platonicien. Ce changement radical de position succède à — et peut-être même coïncide avec — l'élaboration d'une classification des systèmes philosophiques. Celle-ci assigne à toute philosophie, passée, présente ou future, une place dans l'une des six classes de systèmes déterminées préalablement à l'exercice de la philosophie en suivant une méthode philosophiquement neutre [(23)]. De ces six classes de philosophies hors d'âge, l'état actuel de la science (de la logique mathématique) n'en laisse subsister que deux : le réalisme, dont Platon est le représentant le plus éminent, et l'intuitionnisme, dont Kant est l'exemplaire favori des philosophes. Les grands systèmes philosophiques du passé ne peuvent donc être réduits à un simple pouvoir suggestif. À plus forte raison, les mélanges, tel que celui de l'aristotélisme et du kantisme, sont inacceptables comme le sont tous les éclectismes. Face au choix entre réalisme et intuitionnisme, Vuillemin voit dans l'irrecevabilité de la morale intuitionniste une raison suffisante pour choisir le réalisme [(24)] qui attribue au Philosophe le rôle de législateur, en le plaçant au-dessus de tout citoyen [(25)].

(22) Granger fait cependant une exception pour Leibniz. Nous avons aussi déjà noté que lui-même n'hésite pas à intervenir dans les sciences humaines.

(23) Exposée dans [Vuillemin 1986].

(24) Le choix du réalisme chez Vuillemin ne repose pas uniquement sur la morale, mais également sur la philosophie de la connaissance.

(25) Notre inventaire, destiné uniquement à fixer les idées, n'épuise pas la liste des oppositions entre les deux philosophes. Par exemple, ils défendent le pluralisme philosophique à partir d'attendus très différents.

Spontanément, l'*aggiornamento* démocratique de la philosophie proposé par Granger, ainsi que le dynamisme qui laisse ouvert la possibilité de créer de nouveaux systèmes philosophiques, inspire une plus grande sympathie que la culture d'une métaphysique fixiste et poussiéreuse qui promeut une idée de la philosophie « peut-être un peu trop haute », comme le notait Bourdieu dans sa nécrologie de Vuillemin. Mais, comme nous le dit Granger, les affects ne doivent pas prendre le pas sur les raisons, et il faut comprendre si l'Épistémologie comparative passe l'épreuve du tribunal de la science, c'est-à-dire si l'édifice construit patiemment par Granger s'accorde ou non avec les résultats de celle-ci.

## § 2. — Le style.

**Le projet d'une stylistique générale.** La stylistique, telle qu'il la conçoit, est pour Granger « une nouvelle discipline philosophique » au même titre, par exemple, que l'histoire de la philosophie. Elle se propose de généraliser l'application de la notion de style, au sens usuel qu'elle a dans la critique d'art, à toutes les productions humaines, qu'il s'agisse des plus communes, comme le langage, ou des plus élaborées, comme les mathématiques. Ces productions humaines sont le résultat d'une série d'actes, c'est-à-dire d'un *travail*, dont le terme consiste à associer une forme à un contenu. C'est expressément l'étude et l'analyse générale de ces *processus* qui sont au cœur de la philosophie de Granger, comme il le proposait déjà dès le premier article qu'il publia en 1947, et comme il l'expose dès les premières lignes de l'*Essai* : « le rapport de forme à contenu n'a guère encore été systématiquement considéré par la pensée moderne comme processus, comme genèse, c'est-à-dire en somme comme *travail*. » C'est donc le dynamisme qui préside aux créations humaines qui doit être étudié, ceci tout en restant fidèle à l'héritage kantien, car l'entreprise de cette stylistique générale « devrait présenter une certaine analogie avec celle d'une Esthétique transcendantale[(26)]. » Analogie qui doit être comprise en prenant acte du fait que « la conscience kantienne donne forme, sens et unité; mais [qu'] elle ne travaille point, son activité est gracieuse[(27)]. » Ainsi « la vérité du kantisme » est retrouvée en substituant les actes

(26) [Granger 1968, 11].
(27) I*bid*.12.

des hommes au travail à l'*Ego* en vue de constituer une philosophie de la pratique. Ce sont alors les conditions les plus générales de la pratique, c'est-à-dire, derechef, des modalités du travail, de la dialectique, qui associe dynamiquement forme et contenu, qui seront l'objet de la stylistique. De sorte que « si l'on admettait sans sourire un si grand mot » la stylistique serait une « ergologie transcendantale »(28).

Dans ces associations forme-contenu l'accent peut être mis tantôt sur la forme, c'est-à-dire l'abstrait, tantôt sur le contenu, c'est-à-dire le concret. Les cas extrêmes de ces accentuations, dit Granger, apparaissent avec le travail du mathématicien et avec celui du manœuvre. Peut-être pourrait-on dire que la mise en forme, dans ce dernier cas, consisterait, par exemple, dans le transvasement dans un seau du béton contenu dans une brouette ; mise en forme et travail très élémentaires, certes, mais mise en forme et travail tout de même.

Granger ne prétend pas avoir constitué une stylistique générale. Beaucoup resterait à faire pour que ce projet soit réellement mis à l'épreuve. Par exemple, en envisageant l'étude du style des pratiques sociales concrètes telles que l'action politique. Toutefois, en tentant de relever les marques du style dans la pensée scientifique, et *a fortiori*, dans les mathématiques il se place, dit-il, sur le terrain le plus défavorable qui soit pour éprouver la possibilité d'une stylistique générale.

**Définition du style.** Granger propose plusieurs définitions du style. La première d'entre elles est la suivante : le style est une modalité d'intégration de l'individuel dans un processus concret qui est travail(29). On pourrait éclairer cette définition générale, un peu abstraite, en s'appuyant sur ce que dit l'auteur du progrès scientifique. L'histoire des sciences, absolument requise pour comprendre la portée et le sens des découvertes actuelles, « est une *généalogie* des « catégories » qui ont successivement constitué les objets d'une science. » L'enchaînement des découvertes des savants créateurs « ne dépend en dernier ressort que d'un *mouvement interne* des concepts. » Mais « la reconnaissance d'une telle *rationalité interne* de l'histoire des sciences ne doit pourtant rien enlever au talent ou au génie des savants novateurs ; car ce sont des *individus* qui, en comprenant les premiers les aspects négatifs des connaissances déjà constituées, découvrent des solutions et font

(28) *Ibid. ibidem*. Les guillemets sont de Granger.
(29) *Ibid.*, 8.

avancer la science »[30]. L'individuel, ici le savant créateur, imprime sa marque dans ce processus concret qu'est le travail scientifique. Les marques du style sont donc les caractéristiques particulières propres aux apports personnels des savants à une discipline en voie de constitution. Par exemple, les contributions de Leibniz et de Newton au calcul différentiel seront de style différent.

Une seconde définition du style, inspirée par la théorie de l'information, décrit les faits stylistiques comme les éléments redondants, présents dans les œuvres individuelles, de ces structures informationnelles que sont les théories scientifiques constituées. Il s'agit donc de la part du travail individuel inassimilable par les disciplines ou les théories scientifiques telles qu'elles sont anonymement transmises au patrimoine du progrès scientifique.

**Une fonction du style.** Dans la seconde partie de l'*Essai*, consacrée au *style dans la construction de l'objet mathématique*, Granger dresse une distinction entre les faits de style qui n'affectent pas le contenu structural du concept mathématique, qui subsiste à travers les effets de style, et ceux qui commandent de véritables variations conceptuelles. Il illustre le premier cas en mentionnant les différentes manières employées en mathématiques pour introduire les nombres complexes : trigonométrique, algèbre des matrices carrées d'ordre 2 et racines d'une équation algébrique quelconque. Sans doute la dernière de ces conceptions est-elle plus abstraite que les deux précédentes mais, *in fine*, les opérations définies sur ces différents objets décriront la même structure algébrique de corps commutatif clos.

Dans le second cas, par contre, auquel se consacre l'ouvrage, « le style joue [...] un rôle peut-être essentiel, à la fois dans une dialectique du développement interne des mathématiques, et dans celle de leurs rapports avec des mondes d'objets plus concrets[31]. »

Dans les analyses proposées à cet effet, on peut constater que Granger, en parfait accord avec ce que nous avons déjà vu de ses positions philosophiques, dénie tout rôle à la métaphysique, ou à l'ontologie, dans l'élaboration des œuvres scientifiques. On le vérifie avec la première étude de style — sur Euclide — où il propose[32] de faire dépendre la doctrine aristotélicienne de l'incommunicabilité des genres du style des mathématiciens de son temps, plutôt

(30) [Granger 1993, 114-115].
(31) [Granger 1968, 21].
(32) *Ibid.* 42.

que l'inverse, comme le font généralement les érudits spécialistes des mathématiques anciennes. Par exemple, pour Maurice Caveing, Euclide tient « habilement compte des exigences de la philosophie mathématique de son temps » en conciliant les conceptions platonicienne et aristotélicienne de la définition (33). Une telle ampleur est dévolue au style que celui-ci paraît parfois n'être qu'un nouveau nom pour désigner ce que l'on a coutume d'appeler « métaphysique » ou « théorie de la connaissance ».

**2.0.1. Le cas exemplaire du style cartésien.** À cet égard, l'analyse du style cartésien est un véritable cas d'école à deux titres. D'abord, ici, Granger entend « donner un exemple topique et précis pouvant servir à fonder dans ce domaine [celui de la géométrie] l'idée même de style. (34)» Ensuite, parce que le point d'ancrage de son examen du style cartésien est l'analyse des mathématiques cartésiennes proposée par Jules Vuillemin, dans *Mathématique et métaphysique chez Descartes* (35). Le titre de l'ouvrage de Vuillemin dispense de tout commentaire sur l'enjeu de la question : le caractère spécifique des mathématiques de Descartes relève-t-il d'un style mathématique ou bien dépend-il de conditions métaphysiques préalables à l'exercice des mathématiques et de la science en général ? On ne peut avoir le moindre doute sur la nature de cet enjeu. Granger le confirme dans la première page de son article sur Leibniz. Il y affirme que les thèses philosophiques de Descartes, contrairement à celles de Leibniz, ne remplissent pas « *la fonction de matrice conceptuelle... pour les constructions du mathématicien* (36)». C'est au contraire, poursuit-il, l'inverse que l'on constate. « Les Règles de la Méthode et l'«ordre des raisons » ont eu, sinon leur source, leur caution et leur modèle dans la mise en forme d'une solution des systèmes d'équations algébriques » (37). En d'autres termes, il s'agit de comprendre à quel prix Granger parvient à ranger sous l'étiquette du style des aspects essentiels du traité de Descartes dont on avait les meilleures raisons de croire qu'ils dépendaient de la métaphysique.

Vuillemin établit 1°) Que le cœur de *La géométrie* ne consiste ni à représenter des courbes par des équations, ni l'inverse, mais à montrer que courbes et équations dépendent toutes deux de la théorie générale des proportions. En d'autres termes, les seules entités mathématiques

(33) [Caveing 1990, 130].
(34) [Granger 1968, 43]. En comparant le style de Descartes à celui de Desargues.
(35) [Vuillemin 1960].
(36) [Granger 1994, 199]. C'est Granger qui souligne.
(37) *Ibid. ibidem.*

recevables dans *La géométrie* sont celles constructibles par les cinq opérations rationnelles qui sont définissables à l'aide de la théorie des proportions[(38)]. 2°) En lien direct avec la théorie des proportions, Descartes classe les courbes selon leur *genre*, c'est-à-dire en fonction du nombre de proportions nécessaires pour les construire. Le concept de genre, qui ne correspond pas à celui de degré d'une équation, peut, ou doit, être vu comme un analogue du concept contemporain de mesure de la complexité d'une démonstration[(39)] [(40)]. 3°) Corrélativement, Descartes élimine délibérément les courbes transcendantes de *La géométrie*, ceci bien qu'il connaisse toutes les propriétés de celles qu'il a pu occasionnellement rencontrer, telles que la spirale équiangulaire et les logarithmiques. Les courbes admissibles en géométrie doivent être constructibles point par point ; elles ne peuvent être engendrées par deux mouvements indépendants ; leur analyse ne peut dépendre de raisonnements infinitaires.

Vuillemin montre que ces restrictions drastiques que Descartes impose à *La géométrie* sont dictées par des considérations métaphysiques : « l'incompréhensibilité divine, qui sert de corrélat à l'irréductibilité du sentiment, joue en Métaphysique le même rôle qu'on lui verrait jouer en Géométrie, si l'on approfondissait les fondements de cette dernière science, où seule aussi elle peut prendre en charge la transcendance des courbes mécaniques[(41)]. »

**2.0.2. Autonomie des mathématiques et démembrement de la pensée cartésienne.** Granger se démarque des analyses de Vuillemin sur deux points principaux. D'abord, il les complète opportunément en rappelant que pour Descartes les mathématiques doivent être applicables et que celui-ci affecte un dégoût pour les mathématiques pures[(42)]. Surtout, il observe que *La géométrie* est une

(38) Toute *La géométrie* découle des théorèmes de Thales et de Pythagore, écrit Descartes à Elisabeth.

(39) Voir le tableau des correspondances entre le nombre de lignes dans le problème de Pappus, le genre des courbes et le degré des équations in [Vuillemin 1960, 109]. Incidemment, on voit donc à quel point il est arbitraire de compter *La géométrie* comme un chapitre de la géométrie analytique. D.E.Smith dans son édition commentée de *La géométrie* [Smith and Latham 1925] écarte d'un revers de main le concept de *genre* en le traduisant par *class* et en ajoutant qu'aujourd'hui *genre* veut dire autre chose.

(40) On trouvera une présentation plus précise de l'analogie entre la méthode cartésienne et le concept actuel de complexité d'une démonstration dans notre étude à paraître sur *Le concept cartésien de fonction.*

(41) [Vuillemin 1960, 97].

(42) On sait qu'on a retrouvé dans les papiers de Descartes [Descartes 1987] une démonstration de la relation d'Euler pour les polyèdres convexes qu'il n'a jamais fait connaître.

géométrie métrique. Elle n'est destinée qu'à mesurer la longueur de segments de droites. Ensuite, il refuse d'accorder à la théorie des proportions, ainsi qu'aux équerres glissantes, introduites aux Livres II et III de *La géométrie*, comme machine à calculer des proportions, les rôles centraux que leur attribue Vuillemin.

À partir de ces attendus, Granger se propose de montrer que les deux styles de la science de l'étendue, le style cartésien métrique et le style projectif arguésien, cesseront d'être des styles lorsque Klein unira avec la théorie des groupes de transformation les points de vue de Descartes et Desargues [(43)] ; étape précédée, dans le cas de Descartes, chez qui on trouve *in nuce* le concept de structure algébrique, par la mise en forme avec Abel et Galois des aspects explicites de ces structures qui lui avaient échappé [(44)].

Pour justifier ce qu'il faut bien appeler une conception téléologique de l'histoire [(45)], Granger fait de *La géométrie* « une science de l'étendue » — expression qu'il emploie à six reprises — sans donner, et pour cause, de texte à l'appui d'une telle interprétation. Idée démentie par le fait même du caractère métrique du traité cartésien. En vérité, ce caractère métrique et l'exigence d'applicabilité des mathématiques ne font qu'un. En effet, *La géométrie* n'est que la reprise de cette « science générale qui explique tout ce qu'il est possible de rechercher touchant l'ordre et la mesure, sans assignation à quelque matière particulière » que Descartes concevait dans les *Règles pour la direction de l'esprit*. Si *La géométrie* était une science de l'étendue, on ne s'expliquerait ni que le Livre II soit, pour une grande part, dédié à l'optique, ni les développements que Descartes consacre aux problèmes sursolides. Si, comme l'observe Vuillemin, Descartes est tout proche de la découverte du concept de dimension, il s'agit du concept physique de dimension, au sens des équations de dimension. L'ambiguïté apparente de cette notion, qui peut laisser penser qu'il pourrait s'agir des dimensions de l'espace, s'explique par le fait que la mécanique cartésienne est cinématographique et qu'elle réduit toutes ses grandeurs à des descriptions instantanées de produits de longueurs, comme l'a si bien montré Martial Gueroult [(46)].

Quant au rôle accessoire que Granger prête à la théorie des proportions et au rôle dominant qu'il accorde à la mise en forme d'une

(43) [Granger 1968, 46].
(44) *Ibid*, 54.
(45) Un reproche déjà formulé par [Michel 2000] comme le remarque [Crocco 2024].
(46) [Gueroult 1956 , 276]

solution des systèmes d'équations algébriques et à la classification des courbes algébriques, ils contreviennent directement aux intentions déclarées de Descartes. Celui-ci, dans la *Deuxième partie* du *Discours*, qui est une introduction à *La géométrie*, nous dit que son dessein n'a pas été

> « d'apprendre toutes ces sciences particulières, qu'on nomme communément mathématiques [(47)], et voyant qu'encore que leurs objets soient différents, elles ne laissent pas de s'accorder toutes, en ce qu'elles n'y considèrent autre chose que les divers rapports ou proportions qui s'y trouvent, je pensais qu'il valait mieux que j'examinasse seulement ces proportions en général ».

Il ajoute plus loin qu'il se promettait d'appliquer cette méthode aussi utilement aux difficultés des autres sciences qu'il l'avait fait à celles de l'algèbre [(48)]. Promesse réalisée aussi bien dans *La dioptrique* que, derechef, dans le Livre II de *La géométrie*.

En isolant *La Géométrie* de ce qui la conditionne, la métaphysique — qui ne se réduit certainement pas aux Règles de la Méthode — et de ce qu'elle conditionne, la physique mathématique possible, et en lui prêtant indument le rôle d'une science de l'espace, Granger embrigade *La géométrie* dans une histoire illusoire des mathématiques d'où Descartes s'exclut lui-même. C'est au prix de ce démembrement subreptice et de ce dévoiement de la pensée cartésienne qu'il est possible de parler de style cartésien en géométrie.

## § 3. — **Le principe de dualité.**

Nous avons vu (en 2.1) que le style caractérisait ce qu'il y avait d'individuel dans les œuvres des savants et qu'à ce titre il s'opposait aux structures de la science entendue comme savoir constitué et transmissible. Il y a un fond commun aux œuvres individuelles et à la science constituée : c'est le principe de dualité de l'opération et de l'objet. Mais alors que dans les œuvres scientifiques ce principe est associé à des éléments qui lui sont étrangers, dans la science consituée c'est pour ainsi dire en toute pureté, débarassé de toute surdétermination, que se présente ce principe.

(47) Il s'agit, comme on le sait, des quatre arts libéraux (arithmétique, astronomie, géométrie et harmonique) auxquels il faut évidemment au moins ajouter l'algèbre et l'optique.
(48) [Adam et Tannery, 19-21].

**Nature du principe de dualité.** Granger donne la définition suivante du principe de dualité : *principe de la nécessité d'une détermination réciproque de tout système d'objets de pensée et d'un système d'opérations intellectuelles associé.* Ce principe est une « catégorie primitive de la pensée, en tant que celle-ci est connaissance d'objets ». Par *catégorie* il faut entendre la condition ultime d'un acte de connaissance dont le fonctionnement est indépendant d'un découpage du connaissable en régions d'objectivation. La catégorie de la dualité ne doit donc pas être confondue avec les catégories propres aux disciplines scientifiques, telles que leurs langages spécialisés les expriment (*cf.* 1.2.1).

Le principe de dualité, qui n'est pas un principe mathématique puisqu'il est à l'œuvre dans toute connaissance d'objets, est néanmoins inspiré des mathématiques, notamment à travers deux traits : la réciprocité des points de vue et la permutation des objets et des opérations. L'exemple du premier trait est livré par le couple des théorèmes de Pascal et de Brianchon — et, peut-on ajouter, par tous les théorèmes de géométrie projective qui vont toujours par paires : dans le premier cas, on se place du point de vue des points et, dans le second, du point de vue des droites. Le second trait est illustré par le concept d'espace vectoriel dual. Les formes linéaires — qui sont des opérations — appliquant les vecteurs d'un espace donné $E$ — qui sont des objets — dans le corps de base sont les vecteurs (objets) de l'espace dual $E^*$.

Nous avons vu (2.1) que l'idée maitresse de Granger consistait à considérer l'opposition de la forme au contenu comme un processus. Une thèse justifiée par au moins deux faits. D'une part, on ne rencontre jamais dans les sciences des formes ou des contenus absolus. Cette opposition y est toujours relative. D'autre part, c'est également le cas dans les langues naturelles avec l'opposition syntaxe-sémantique : ce qui est « syntaxique » à un certain niveau d'analyse devient « sémantique » à un autre niveau [(49)]. Les formes syntaxiques ne sont pas des réceptacles passifs des contenus ; elles ont elles-mêmes un contenu.

(49) Par exemple, le niveau morphologique est sémantique par rapport au découpage syntaxique en phonèmes, mais il est syntaxique par rapport à l'analyse grammaticale.

Bien que le principe de dualité soit à l'œuvre dans toutes les sciences, il faut distinguer les cas des sciences empiriques, qui maintiennent, via les observations (50), des liaisons avec la perception, de ceux où ces liaisons sont inexistantes.

**La dualité dans les sciences empiriques.** La dualité est à l'œuvre dans les sciences empiriques dans la mesure où celles-ci sont parvenues à constituer leurs objets. Comme illustration Granger donne l'exemple du concept de température, lequel peut apparaître tantôt comme contenu, tantôt comme forme.

Dans la loi de la dilatation des gaz (loi de Charles) :

$$PV = NkT$$

la température $T$ désigne une donnée empirique qui joue le rôle de paramètre dans une structure ; le concept de température fonctionne comme un contenu. Par contre, dans le cadre de la théorie cinétique des gaz où on définit ce concept comme l'énergie cinétique moyenne d'un ensemble de molécules, la température est une forme, ou une structure, qui agit comme une opération.

La question vient immédiatement à l'esprit de savoir comment la dualité serait à l'œuvre en biologie, voire en chimie (51). Les centres d'intérêt principaux de Granger ont toujours été les mathématiques, la inguistique et les sciences humaines. On ne peut donc s'étonner de son silence sur la biologie. Nous ne connaissons qu'un seul texte où l'on y trouve de brèves allusions (52). L'une, qui semble positive, évoque « l'idée toute récente d'une informatique du génome » (53), l'autre, franchement négative, oppose la clarté, la cohérence et la précision de la théorie électro-magnétique de Maxwell à la plupart des théories biologiques qui « sont beaucoup moins proches de cet idéal » (54). En vérité, Granger partage l'opinion de Kant

(50) « Observations » doit être pris au sens le plus large du terme. Il peut s'agir de l'observation d'un phénomène ou de la lecture d'une mesure sur un instrument.

(51) Dans ses analyses des rapports de l'histoire des sciences avec l'histoire, l'épistémologie et la technique — une problématique où ses thèses sont extrêmement convaincantes — Granger semble se cantonner toujours à la physique.

(52) « Événement et structure en histoire des sciences » de 1985, repris comme chapitre dix-neuf de [Granger 1994]. Mais, répétons-le, nous ne prétendons certainement pas être exégète de la pensée de Granger. Ces allusions à la biologie s'expliquent peut-être par le fait qu'ici l'auteur discute en partie des thèses de G. Canguilhem.

(53) [Granger 1994, 366]

(54) I*bid*. 369. On pourrait compléter cette remarque par un fait anecdotique : lorsque l'on s'inquiétait auprès de Granger, il y a plus dun demi-siècle, du peu de cas qu'il faisait de la biologie, il répondait qu'on ne savait pas guérir le cancer. Le plus triste est que l'avenir ait continué de lui donner raison.

selon laquelle « La théorie de la nature ne contient de science proprement dite (pure) que dans la mesure où elle contient des mathématiques [55]. » Si Ganger est muet sur la biologie ce n'est donc peut-être pas parce que mathématiques, langage et sciences humaines suffisent à sa peine, mais plutôt, semble-t-il, parce que, faute d'être formelle, celle-ci ne mérite pas sa peine.

**Le concept de contenu formel.** Lorsque le principe de dualité s'applique à un matériau n'entretenant aucun rapport avec l'empirie, il produit des *contenus formels*. La production de contenus formels apparaît dans trois domaines : le langage, les mathématiques et, d'une certaine manière et sous une forme limite, la logique. En vérité, le concept de contenu formel remplit principalement trois fonctions. D'abord, il livre un critère de démarcation entre logique et mathématiques. Ensuite, il offre un substitut aux postulats d'existence en mathématiques en sauvant l'esprit du formalisme hilbertien [56]. Enfin, il permet de formuler une hypothèse au sujet des universaux du langage, répondant ainsi au problème évoqué précédemment (1.2.3).

Les liens analytiques entre ces trois fonctions reposent, ici encore, sur une refonte de l'héritage kantien.

Dans la philosophie classique on considérait l'opposition de la forme au contenu soit comme ontologique, soit comme épistémologique. Granger adopte une hypothèse différente, « plus radicale » dit-il : « forme et contenu ne sauraient être antérieurs à une représentation symbolique du vécu....*signifier et opposer une forme à un contenu sont deux opérations corrélatives, à vrai dire inséparables* [57]. » Peut-être aurait-il mieux valu appeler « thèse » cette hypothèse, inspirée par une réflexion sur la nature du langage et des mathématiques, puisqu'elle retentit sur le remodelage du kantisme déjà entrepris avec l'idée d'une « ergologie transcendantale » et l'élimination de la passivité de l'esprit. Avec le contenu formel il va s'agir de

> « reprendre sous l'une de ses faces la question de l'analytique et du synthétique dans la connaissance scientifique. S'il est possible de caractériser certains aspects

(55) [Granger 1960, 11].
(56) « Le travail effectif du mathématicien n'est guère concevable dans [un] pur univers de signes...À chaque étape, il vise un univers d'objets dont l'*existence* est sans doute une nécessité *opératoire*, mais dont son Grand Œuvre consiste paradoxalement à se libérer, une fois monté l'ensemble de l'édifice. » [Granger 1979, 59].
(57) [Granger 1994, 34]. Nous soulignons.

> de cette connaissance [entendez « connaissance mathématique »] comme formels, et en même temps de leur reconnaître un contenu, on aura peut-être efficacement déplacé le problème posé par la fécondité d'un savoir prétendument analytique, et substitué à l'idée du synthétique *a priori* celle de contenu formel (58). »

En d'autres termes, en restant fidèle à l'esprit du positivisme logique et du formalisme hilbertien, on évitera la thèse ruineuse selon laquelle les mathématiques ne seraient qu'une suite de tautologies. Or, puisque l'opposition forme — contenu est relative et que signifier c'est opposer une forme à un contenu, il faut rejeter l'idée de formes de l'intuition sensible comme cadres définitifs et *a priori* (59) et réinterpréter l'Esthétique transcendantale comme *Sémiotique* transcendantale (60).

Le concept de contenu formel permettrait ainsi d'expliquer la nature et la fécondité de la connaissance mathématique en adoptant une forme de constructivisme qui rejette le « psychologisme » de l'intuitionnisme et écarte l'idée qu'elle puisse être réductible, comme le prétendait Hilbert, à un pur univers de signes (61).

Les contenus formels se manifestent lorsque les opérations ne sont pas parfaitement ajustées aux objets auxquels elles s'appliquent. Ils sont alors opaques. Mais l'exercice, en sorte illégitime, des opérations « finit par aboutir à une restructuration et à une

(58) [Granger 1994 33].

(59) Pour Granger l'étude de l'existence éventuelle et de la nature des formes de l'intuition sensible relève de la psychologie ou, peut-être, de la neurologie [Granger 1994, 35].

(60) [*Ibid.ibidem*] La Sémiotique transcendantale coexiste-t-elle avec l'Ergologie transcendantale ou bien vient-elle la remplacer ? Voilà une question que nous ne savons pas trancher, faute, sans doute, de dominer l'ensemble de la pensée de Granger. Il reste que la seconde était présentée comme un analogue de l'*Esthétique* tandis que la première est censée en être le substitut. Comme, de plus, la Sémiotique transcendantale occupe une place plus fondamentale, car elle est censée être dépositaire de conditions universelles proto-logiques de l'expression linguistique, il est permis de penser que le postulat d'une Ergologie transcendantale a disparu dans ce stade ultérieur de la pensée de Granger.

(61) L'idée selon laquelle Hilbert voulait réduire la connaissance mathématique à un pur univers de signes soulève souvent des clameurs de protestations. Granger n'est pas tombé dans ce travers. Il faut dire que les textes sont têtus : « Am Anfang ist der Zeichen » , dit Hilbert pour opposer son point de vue à ceux de Brouwer, Cantor, Dedekind, Frege, Kronecker, Poincaré et Weyl. Que cette doctrine purement sémiologique contrevienne à la propre pratique mathématique de Hilbert ne fait que confirmer son inadéquation.

extension du domaine primitif, restaurant, jusqu'à nouvel ordre [62] la transparence de l'objet [63]. » L'exemple bien connu du cas irréductible de l'équation cubique, rencontré par les mathématiciens du XVI^e^ siècle, livre une illustration simple de cette situation. Lorsqu'on applique les règles algébriques usuelles pour trouver les racines réelles de l'équation, dont on est assuré de l'existence, on rencontre, avec l'extraction de la racine carrée d'un nombre négatif, une entité impossible. Malgré cet obstacle, les mathématiciens ont admis sans la justifier cette extension opératoire pendant plus de deux siècles jusqu'à ce qu'une représentation géométrique des imaginaires « leur donnent enfin un statut convenable, rétablissant une corrélation non-contradictoire entre le système des opérations de l'algèbre et le système des objets que ces opérations déterminent et manipulent [64]. »

**Contenu formel et logique.** La logique, source la plus obvie d'une pensée purement formelle est un cas limite quant à la production des contenus formels. « Le rapport forme-contenu s'y présente à son *degré zéro*, l'objet n'y étant que le support *sans qualités* du système d'opérations qui le détermine [65] », comme on le voit avec le calcul classique des propositions. Ceci que l'on interprète l'objet proposition comme « énoncé » d'un langage ou comme « classe ». « Ici la dualité opération-objet est parfaite : rien d'*opaque* [nous soulignons] dans cet objet dont la connaissance s'épuise dans celle des opérations qu'il supporte, en tant que simple *présence ou absence* [nous soulignons] [66]. » A ce niveau du formel, la corrélation parfaite de l'opération et de l'objet se manifeste par les méta-propriétés du calcul propositionnel : non-contradiction, complétude, décidabilité. Ce que montre *a contrario* le calcul des prédicats où la distinction entre les objets « individu » et « propriété » atténue la transparence de l'objet en privant ce calcul de la décidabilité. Le logique au sens strict est donc ce domaine de la pensée formelle où l'application de la catégorie de la dualité entraîne une adéquation

(62) Jusqu'à nouvel ordre car, par définition, la science est instable et la structure mise à jour par l'ajustement des objets aux règles est appelée à être intégrée dans le futur dans une structure plus générale et plus abstraite.
(63) [Granger 1994, 65].
(64) *Ibid. ibidem*. L'exemple proposé par Granger ne semble pas complètement convaincant dans la mesure où il est censé illustrer le fait « que l'objectal déborde l'opératoire » alors qu'il semble plutôt présenter une déficience de l'objet face aux règles.
(65) [Granger 1994, 61].
(66) *Ibid. ibidem*.

complète de l'opératoire et de l'objectal de sorte qu'il n'y apparaît aucun contenu formel [(67)]. Le logique *stricto sensu* se confond alors avec l'*analytique* [(68)].

Les calculs déviants, comme les logiques modales, contiennent également des formes frustes d'objets. De plus les manipulations symboliques dans ces calculs non-classiques sont effectuées conformément aux règles du calcul des propositions puisque tout énoncé « est en effet *posé ou non-posé* [nous soulignons]. Le *calcul classique joue par conséquent le rôle de méta-système* universel pour les systèmes les plus aberrants [(69)]. »

Le logique intuitionniste mériterait un sort à part car son rapport à la logique classique n'est pas de simple subordination. Trivialement, il y a des théorèmes de la logique classique qui ne sont pas des théorèmes intuitionnistes. D'autre part, via une certaine traduction, on peut montrer qu'une proposition est valide dans la logique intuitionniste si et seulement si elle est classiquement valide. Or il existe des théorèmes de la logique intuitionniste qui ne sont la traduction d'aucun théorème classique [(70)]. Mais, ajoute Granger, ce n'est que lorsque l'on considère leur application dans des univers d'objets où l'on peut distinguer les collections finies des collections infinies que les deux logiques diffèrent significativement. Par conséquent, avec cette introduction des collections infinies, on entre dans les mathématiques proprement dites où l'articulation de l'opératoire et de l'objectal se complique et, donc, à l'engendrement de contenus formels.

## § 4. — **Éléments pour un diagnostic.**

Cette conception de la logique, qui rappelle celle de Quine à bien des égards, s'accorde-t-elle avec l'état actuel de la logique mathématique, qui est une science dont l'objet est l'étude du raisonnement correct ? Pour conduire cet examen, suivons l'exposé de Granger en considérant d'abord la question de la nature du calcul des propositions et, ensuite, celle de l'unicité de la logique.

(67) *Ibid. ibidem.*
(68) [Granger 1994, 62].
(69) [Granger 1994, 63].
(70) Granger s'appuie ici sur [Scott, 1981]. Nous n'avons malheureusement pas pu consulter cette référence et dans ce qui suit nous prêtons foi à la restitution qu'en donne Granger. Ce point n'est pas négligeable pour la discussion ci-dessous (4.2).

**Les propriétés du calcul classique des propositions.** En premier lieu, la glose qui commente le calcul des propositions est bien obscure. Le sens de *non A* revient à l'absence de $A$ ou lorsque $A$ n'est pas posé. Comment faudra-t-il alors interpréter *non non A* ? Comme l'absence d'une absence ? Comme le non posé de ce que l'on a pas posé ? Il est préférable d'oublier ces considérations dues à l'influence assez malheureuse du Wittgenstein du *Tractacus*, tout en conservant à l'esprit qu'elles concernent la nature de la négation, et de s'en tenir plutôt aux considérations techniques invoquées par Granger. Sur ce plan, la caractérisation du calcul des propositions par ses « méta-propriétés » n'est guère plus heureuse. D'abord, lorsqu'un système est décidable il est superflu d'invoquer sa complétude, celle-ci n'étant utile que lorsqu'un système ne possède pas de procédé de décision. Ensuite, cette caractérisation ne singularise pas le calcul des propositions, comme le note Granger en rappelant qu'il existe des logiques modales cohérentes, décidables et complètes. Prétendre éliminer ces contre-exemples patents au prétexte qu'ils contiennent « des formes frustes d'objets » relève de la pure pétition de principes car soit le critère proposé est discriminant, soit il ne l'est pas. Ce qui singularise réellement le calcul des propositions c'est sa complétude fonctionnelle. Mais cette propriété repose sur le fait qu'il ne possède de façon essentielle qu'un seul connecteur, comme l'a montré Sheffer, tandis que les autres systèmes logiques en possèdent au moins deux. L'un, unaire, pour la négation et l'autre, binaire, équivalent à un analogue du conditionnel classique. La négation et les autres connecteurs du calcul classique ne sont donc que des moyens commodes d'expression, car plus proches de nos usages linguistiques. Curieusement, les manuels de logique élémentaires confinent les connecteurs de Sheffer au rôle d'exercices de calcul pour débutants en négligeant qu'ils nous renseignent de façon profonde sur la nature du calcul des propositions, à savoir qu'il ne possède pas de négation indépendante à proprement parler ou, corrélativement, que la nature de son conditionnel semble sinon artificielle, du moins inappropriée pour représenter l'opération « si... alors... » telle qu'elle est employée dans le raisonnement mathématique (71).

(71) C'est le point de départ du travail de [Anderson et Belnap 1975] sur la logique de la pertinence qui se propose de restituer les raisonnements mathématiques réels où l'antécédent d'un conditionnel doit toujours avoir un rapport avec le conséquent.

En second lieu, malgré sa simplicité, le calcul des propositions présente-t-il la transparence qu'y voit Granger ?

À l'obscurité de l'opposition du posé et du non posé, Granger, croyant défendre une forme de généralité, ajoute une confusion lorsqu'il affirme que l'objet « proposition » peut désigner indifféremment un énoncé ou une classe, c'est-à-dire une entité matérielle (énoncé) ou immatérielle (classe). Mentionnons deux faits bien connus qui font peser les doutes les plus lourds sur cette transparence supposée du calcul des propositions.

D'abord, la question générale de la simplification des formules du calcul des propositions — c'est-à-dire de trouver pour une formule donnée une formule équivalente qui soit la plus simple possible — qui a mobilisé des générations d'ingénieurs. Comme le souligne Quine, il est remarquable qu'on ne connaisse aucune méthode générale et rapide pour réduire une formule en forme normale disjonctive à l'une de ses équivalentes les plus brèves (72). L'auteur confie qu'il avait espéré, en 1948, lors de la préparation de la première édition de *Methods of Logic*, de fonder tout son traitement logique des fonctions de vérité « sur une méthode de simplification mécanique et aisée » sans avoir alors réalisé le caractère insaisissable d'une telle technique (73).

Le problème traité par Quine concernait au premier chef la conception des circuits électriques. Le second fait que l'on peut mentionner est d'allure plus théorique, même s'il est permis de se demander s'il ne s'agit pas fondamentalement d'un problème analogue sous un aspect très différent. Il s'agit de la célèbre énigme de l'informatique théorique : *P=NP ?* et de la démonstration que le problème de la décision du calcul des propositions est NP-complet (74). Dans ces conditions, il paraît difficile d'affirmer que dans le calcul des propositions « l'opératoire domine complètement l'objectal et l'objectal ne fait que refléter l'opératoire ; aucune propriété de l'«objet sans qualité » qui ne soit alors complètement réductible à l'opératoire, c'est-à-dire à une démonstration finie et explicite, selon une procédure canonique effective (75) ».

(72) [Quine 1972, 74]. Voir le ch. 11 de cet ouvrage pour un exposé de cette question que nous ne pouvons qu'évoquer allusivement. On trouvera une restitution de l'exposé de Quine assez conforme à nos intentions dans [Feghaly 2016, 166-167].
(73) [Quine 1972, 75].
(74) Pour un exposé [Hopcroft et Ullman 1979].
(75) [Granger 1994, 61]

**Logique classique et logiques déviantes.** Le vieil adage sur la trahison des traductions ne serait pas vérifié s'il n'existait qu'une, et une seule, possibilité pour traduire les constantes logiques du langage classique dans celles du langage intuitionniste ou inversement. Comme, de fait, on connaît plusieurs traductions différentes (76), il est préférable, sinon indispensable, de s'appuyer sur une autre méthode pour comparer de façon intelligible les logiques classique et intuitionnisme et pour comprendre ce qui les distingue réellement ; ceci sans postuler que les constantes logiques de l'une d'entre elles doivent être considérées comme des normes auxquelles sont soumises les constantes logiques de l'autre.

Gentzen a conçu précisément le calcul des séquents pour traiter ces questions en mettant logique intuitionniste et logique classique sur le même pied.

Comme on le sait, le calcul des séquents comporte deux types de règles, les règles structurales et les règles logiques. Les règles structurales décrivent les propriétés des objets, sans préjuger de la nature de ceux-ci, auxquelles s'appliquent les règles logiques ; elles expriment les conditions sous lesquelles on peut permuter, effacer, dupliquer et adjoindre un objet (77). Les règles gouvernant l'introduction et l'élimination des connecteurs sont communes aux deux logiques. Les différences entre les connecteurs classiques et intuitionnistes sont la conséquence du fait que la règle d'adjonction à droite

$$\frac{X \vdash Y}{X \vdash Y, B}$$

n'est pas admise pour la logique intuitionniste. Cette condition revient à n'admettre qu'une conclusion, et une seule, à droite du signe de la déduction $\vdash$ , et donc, comme le montre un raisonnement très simple, à « bloquer » la formulation du principe du tiers exclu.

Le calcul des séquents est donc un cadre philosophiquement et linguistiquement neutre qui permet de comprendre clairement et distinctement les différences entre la logique classique et la logique intuitionniste. Mais il est bien plus que cela. Comme le remarque Dana Scott , il faut le considérer avant tout comme un cadre de représentation des « principes les plus généraux de l'inférence

(76) Au moins celle, bien connue, de Gödel et celle de Scott mentionnée plus haut à la note 70.

(77) Avec les règles dites d'échange, de contraction et d'affaiblissement, la duplication étant un cas particulier d'affaiblissement.

déductive » plutôt que comme un outil de la théorie de la démonstration [78]. Dans cet esprit les idées de Gentzen ont été généralisées par ses successeurs dans diverses directions. Deux d'entre elles concernent notre propos.

**4.0.1. Logique de l'objet quelconque.** En enrichissant les règles structurales du calcul des séquents, Kosta Došen a proposé une réponse à la question générale « Qu'est-ce qu'une constante logique ? ».

Si l'on admet, conformément aux intentions de Gentzen, que la logique est la science des déductions formelles alors on peut considérer que les déductions de base de la logique sont des *déductions structurales*. C'est-à-dire des déductions dans lesquelles ne figurent que des règles structurales. Les constantes logiques, qui permettent de formuler prémisses et conclusions des déductions dans les langages objets, sont donc absentes des déductions structurales, de sorte que celles-ci sont indépendantes de celles-là. Toute constante logique présente dans une déduction peut être analysée ultimement en termes structuraux. Du moins jusqu'à preuve du contraire, ce résultat étant établi pour les constantes usuelles, quantificateurs et égalité inclus. La forme logique se manifeste donc essentiellement dans les déductions structurales. De sorte que l'on peut considérer que les constantes servent de signes de ponctuation du langage objet pour certains traits structuraux des déductions [79].

La caractérisation de l'opérateur de nécessité de la logique modale mérite qu'on s'y arrête un instant. Usuellement $A$, $B$,... et $X$, $Y$, ... désignent respectivement des formules logiques et des listes de formules logiques du langage objet. Mais, nous l'avons dit, il ne faut pas préjuger de la nature des objets figurant dans les règles structurales, celle-ci étant déterminée par ces règles elles-mêmes. De sorte qu'il est loisible de considérer que $A$, $B$,... et $X$, $Y$, ...désignent non plus des formules du langage objet mais des séquents. En adjoignant des règles structurales pour des séquents de séquents, Došen ramène, comme pour les autres constantes, les modalités à des déductions structurales. Les « logiques déviantes » ne contiennent donc pas, comme le dit Granger, « des formes frustes d'objets » mais des formes élaborées de déductions exploitant strictement le principe de dualité en faisant jouer aux opérations originaires le rôle d'objets.

(78) [Scott 1971, 793].
(79) [Došen 1989].

Puisque les déductions logiques sont indépendantes des règles logiques, celles-ci étant identiques pour les différents systèmes logiques, il est permis de dire que la logique est indépendante des domaines pour lesquels sont conçus les langages objets, comme Gentzen l'avait établi pour les logiques classique et intuitionniste. Cette conception de la logique peut par conséquent être dite de l'objet quelconque.

**4.0.2. Logiques des objets particuliers.** Les considérations précédentes ont été élaborées en enrichissant les règles structurales. Symétriquement, on peut exploiter les ressources du calcul des séquents en enrichissant les règles logiques et en supprimant des règles structurales. Cette dernière éventualité permet de donner un sens précis à l'idée vague du posé et du non-posé en distinguant différents domaines de la logique.

La justification du raisonnement mathématique a été la source principale, sinon unique, des origines et des développements de la logique contemporaine. Ceci est particulièrement vrai de la théorie de la démonstration, souvent appelée métamathématique. Cependant lorsqu'on envisage d'utiliser la logique pour concevoir des langages de programmation ou pour élaborer des méthodes permettant de vérifier qu'un programme termine, peut-on admettre que les objets reliés par les constantes logiques du langage objet puissent être de même nature que les propositions mathématiques ? C'est en analysant cette question que Jean-Yves Girard a conçu la logique linéaire [(80)].

Pour abréger cet exposé, plutôt que de résumer les analyses de Girard, tentons d'en restituer l'esprit en abusant d'un proverbe chinois [(81)] : « Si nous avons chacun un œuf et que nous l'échangeons, nous aurons chacun un œuf. Si nous avons chacun une idée et que nous l'échangeons, nous aurons chacun deux idées ». A quoi, il faut ajouter qu'un œuf, une fois consommé, ne peut plus être utilisé, tandis que les idées ne s'usent pas, même lorsque l'on s'en sert. Les propositions mathématiques peuvent être assimilées aux idées tandis que les ressources d'un programme ressemblent aux œufs.

(80) Voir « Logique et informatique. Le point de vue d'un logicien » dans [Girard 1988].

(81) Le lecteur n'est pas dispensé pour autant de consulter la référence de la note précédente pour se forger une idée plus claire de la distinction entre objets mathématiques et objets informatiques.

Avec cette distinction, l'opposition du posé et du non posé est précisée. *Poser* s'oppose à *enlever* pour les entités présentant des traits de matérialité s'apparentant à ceux des œufs, tandis que l'opposition du *vrai* au *faux* conviendra aux propositions mathématiques (82).

L'une des idées maitresse de la logique linéaire de Girard, du point de vue qui nous intéresse, peut alors être formulée ainsi : existe-t-il un système logique qui a) partage la nature constructive de l'intuitionnisme, b) dont toutes les constantes logiques (et en particulier la négation) vérifient des lois analogues à celles de De Morgan et c) qui prenne en compte la possibilité que $A$, $B$,... et $X$, $Y$, ...puissent désigner des entités matérielles ? La réponse positive à cette question est obtenue en supprimant toutes les règles structurales du calcul des séquents à l'exception de la règle de permutation à droite et de la règle de coupure. Les constantes logiques ainsi obtenues sont plus nombreuses que celles des logiques classique, intuitionniste et modale. Les règles logiques qui leur sont associées sont dépendantes du contexte. Par exemple, on distingue deux conjonctions, multiplicative et additive, selon que les contextes des formules sont différents ou identiques

$$\frac{\vdash A, C \qquad \vdash B, D}{\vdash A \wedge B,\ C,\ D}\ \mathrm{m} \qquad \frac{\vdash A,\ C \qquad \vdash B,\ C}{\vdash A \wedge B,\ \ C}\ \mathrm{a}$$

De la même manière, on distingue deux disjonctions car il y a une symétrie totale entre les constantes logiques dans la logique linéaire (83) . Girard signale que la disjonction multiplicative est la constante la moins apparente de la logique linéaire. Elle est mise au jour de façon purement formelle comme duale de la conjonction additive (84).

Ces considérations, outre qu'elles montrent qu'il n'y a pas de notion générique du posé et du non posé, font également voir que la conception spontanée, ou « intuitive », des constantes logiques associée au calcul propositionnel classique n'est qu'un résidu d'une vision pré-scientifique de la logique.

(82) Avec la réserve qu'elle ne concerne que la dénotation de ces propositions ; $2+2=4$ et $3\times 3=9$ ont la même dénotation (le *vrai*) mais n'ont évidemment pas le même sens.
(83) On trouvera une présentation concise très accessible des constantes de la logique linéaire, et plus particulièrement de la négation dans [Mélès 2009].
(84) [Girard 1987, 5].

## § 5. — Conclusions.

Granger rejette explicitement toute analogie entre le pluralisme géométrique et le pluralisme logique car la géométrie euclidienne, dit-il, « n'est pas un méta-système universel pour les autres géométries, qui [...] peuvent être développées indépendamment [...] *sans son secours opératoire* (85). » Tandis que, en vertu de la doctrine du posé et du non-posé, « le *calcul classique joue le rôle de méta-système* universel pour les systèmes les plus aberrants (86). »

Quoi qu'en pense Granger, le parallèlisme entre la géométrie et la logique semble parfaitement justifié. Le calcul des séquents a joué par rapport au pluralisme logique le même rôle que la théorie des groupes par rapport au problème de l'espace. Il nous livre un cas exemplaire, et même éclatant, de l'efficacité, dans la méthodologie scientifique, du principe de la dualité de l'opération et de l'objet.

Il n'y a pas de tronc commun de la logique au sens où celui-ci comporterait des règles logiques pour des obets quelconques. Cette idée « du logique » est une pure vue de l'esprit, une illusion de la raison pure. Dans tout système logique les règles logiques sont affectées par la nature des objets, décrite par les règles structurelles, sur lesquelles elles opèrent, et réciproquement.

Le calcul des séquents donne tout son sens à l'idée d'une unité de la logique qui soit philosophiquement neutre. À ce titre, il s'oppose à toutes les doctrines qui, comme celle de Granger, prône l'unicité de la logique. En d'autres termes, réservés à la pensée de Granger, la négation logique n'est pas le produit d'une catégorie primitive de la pensée ; c'est un concept.

La solution du problème de l'unité de la logique donne cependant raison à la doctrine de Granger sur un point : la logique est indépendante des mathématiques.

Puisque la logique est indépendante des mathématiques et que la dualité permet d'établir sa neutralité philosophique, ne pourrait-on pas amender la philosophie de Granger en la privant de sa doctrine rétrograde et illusoire de la logique ? Notons d'abord que si Granger ne s'était pas prononcer sur la nature de la logique, sa philosophie aurait été incomplète. Il faudrait donc « rectifier » sa doctrine en choisissant une logique et se résoudre à laisser rentrer par la fenêtre ce que le style avait chassé par la porte, à savoir la compromission des mathématiques soit avec le « psychologisme » de l'intuitionnisme, soit avec le réalisme platonicien des formes. Une telle issue équivaudrait à la

(85) [Granger 1994, 63]. C'est Granger qui souligne.
(86) *Ibid.ibidem*. C'est Granger qui souligne.

ruine de son système qui a précisément été construit pour éviter cette alternative. La dualité, clé de voûte du système de Granger, ne tient donc pas ses promesses puisqu'elle ne permet pas de rendre compte de ce qui *justifie* la connaissance mathématique. Conçue comme une catégorie primitive de la pensée, elle n'est qu'un principe de méthodologie scientifique, certes important, mais qui n'est efficace que pour certains domaines de la connaissance scientifique. Il semble, par exemple, exclu que ce principe puisse rendre compte du concept de nombre réel et de la distinction entre différentiabilité et continuité, et donc des bases de l'analyse élémentaire [(87)].

Une stylistique orpheline de la dualité est-elle concevable ? Il faudrait confondre l'ordre de la construction de la philosophie de Granger, où l'on voit la stylistique promue chronologiquement avant la dualité [(88)], avec son ordre des raisons, où la dualité commande la stylistique. Privée de son horizon, la dualité et rien que la dualité, la stylistique est réduite à un ensemble d'isolats qu'on pourrait tout aussi bien nommer « quelques éléments d'histoire des mathématiques » [(89)].

Pour un adepte de la Philosophie pour l'Âge de la science, cet échec à une conséquence immédiate et importante. Faire vraiment descendre la philosophie sur Terre, en la mettant à hauteur des femmes et des hommes au travail, est un programme très attrayant. Avant de déployer des efforts admirables pour le mener à son terme, Granger a préalablement postulé qu'il fallait résolument tourner le dos aux vieilles questions philosophiques du genre « Qu'est-ce qui est ? ». L'échec de sa doctrine nous y ramène, au moins provisoirement. Ceci sans devoir, fort heureusement, abandonner les préceptes de la Philosophie pour l'Âge de la science et en tirant le plus grand profit d'une forme de concordance entre le pluralisme logique et le pluralisme philosophique tel que le conçoit la Métaphysique comparative. De sorte que, après avoir rappelé que si les concepts de contenu formel et de dualité sont les plus difficiles à analyser, car « c'est de leur opacité que naît leur fécondité », c'est à bon droit que Vuillemin presse Granger de choisir entre les conceptions réaliste, intuitionniste et naturaliste de la logique. [(90)]

(87) Car l'un et l'autre dépendent d'une position sur la nature de l'infini. Sur ce point voir l'article de Gentzen « The concept of infinity in Mathematics » in [Szabo 1969].
(88) Avec toutefois les réserves exprimées plus haut au second paragraphe de 1.3.3.
(89) Avec « éléments » au sens usuel du terme, et non pas au sens d'Euclide, et avec une histoire des mathématiques souffrant de « mathématisme », comme nous l'avons vu ci-dessus (2.3.2).
(90) [Vuillemin 1987]

Les adeptes de la Philosophie pour l'Âge de la science ne sont pas les seuls qui se sentent concernés par les rapports de la philosophie et des mathématiques. On peut alors se demander si, de cet examen des intentions de Granger, on ne pourrait pas tirer une leçon générale qui vaille, par exemple, pour tout le lectorat des *Annals for Mathematics and Philosophy*. Peut-être inclurait-on ainsi ceux qui estiment que la notion de système philosophique n'est rien de plus qu'un fardeau abscons et encombrant lorsque l'on veut comprendre les ressorts réels de la création mathématique et ses méthodes de justification. Il suffirait alors d'abandonner Granger et, muni d'une nouvelle notion de style [(91)], on étudierait les œuvres des mathématiciens du passé et du présent pour en révéler « les idées philosophiques ». Mais lorsque l'on en viendrait à l'étude de l'œuvre de Gauss, le Prince des mathématiciens, on tomberait sur son dicton bien connu : l'emploi d'une quantité infinie comme chose complète n'est jamais admissible en mathématiques.

Les mathématiciens travaillent sur un matériau donné. A minima, celui-ci contient les entiers naturels. *Tous* les entiers ou le *tout* des entiers ? Cette question d'existence est inévitable. Contrairement à ce qu'affirme certains, elle n'est pas réductible à la syntaxe du symbole $\exists$. En tenir compte n'épuise certainement pas l'analyse des œuvres. Ne pas en tenir compte, ignorer ce B, A, BA, de la philosophie des mathématiques, c'est, tentant de philosopher, risquer de s'égarer.

## § — Références.

**Adam et Tannery**. 1996. Charles Adam et Paul Tannery, *Œuvres de Descartes, vol.VI*, Paris, Vrin, 1996.

**Anderson et Belnap**. Alan Ross Anderson and Nuel D. Belnap, *Entailment, The Logic of Relevance and Necessity*, Princeton et Londres, Princeton University Press, 1975.

**Caveing 1990**. Maurice Caveing, *Introduction* in *Euclide, Les éléments*, vol.1, trad. et commentaires par Bernard Vitrac, Paris, PUF, 1990.

**Costa 2013**. Andrea Costa, « *Parco cæteram Usinulcæ amentiam memorare*. Approches de la stylistique leibnizienne : l'*Iconologia* de Cesare Ripa et les *exempla* romanesques », *Lexicon Philosophicum : International Journal for the History of Texts and Ideas*, n° 1, 2013.

**Crocco 2024**. Gabriella Crocco, « Mathématiques et profondeur : la philosophie mathématique et le problème de l'histoire », `college-de-france.`

(91) Le marché des idées n'en est pas avare comme l'indique l'article *Style* de la *Stanford Encyclopedia of Philosophy*

fr/fr/agenda/seminaire/la-philosophie-de-la-pratique-des-mathematiques/mathematiques-et-profondeur.

**Descartes 1987**. René Descartes, *Exercices pour les éléments des solides*, Édition critique avec introduction, traduction, notes et commentaires par Pierre Costabel, Paris, PUF, 1987.

**Došen 1989**. Kosta Došen, « Logical Constants as Punctuation Marks », *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol.10, Number 3, 1989, p.362-381.

**Feghaly 2016** « Les frontières entre la logique et les mathématiques : le point de vue de Gilles-Gaston Granger », *Philosophia Scientiae*, 20-2, 2016, p.159-175.

**Girard 1988** Jean-Yves Girard, « Philosophie de la logique linéaire : logique et informatique, point de vue d'un logicien; la logique comme science de l'interaction », 1988, URL : http://unesdoc.unesco.org/images/0008/000832/083213fb.pdf.

**Girard 1987** « Linear logic », *Theoretical Computer Science*, vol.50, 1987, p.1-102.

**Granger 1960**. Gilles-Gaston Granger, *Pensée formelle et sciences de l'homme*, Paris, Aubier 1960; Sec. éd., 1967, avec l'adjonction d'*Adresse aux lecteurs sur le structuralisme*.

**Granger 1968**. Gilles-Gaston Granger, *Essai d'une philosophie du style*, Paris, Armand Colin, 1968, sec. Ed. revue et corrigée, Paris, Odile Jacob, 1988.

**Granger 1979**. Gilles-Gaston Granger, *Langages et épistémologie*, Paris Klincksieck, 1979.

**Granger 1985**. Gilles-Gaston Granger, « Pour une épistémologie du travail scientifique », *La vie des sciences*, Comp*tes rendus de l'Académie des Sciences*, série générale, tome 2 n$^{o}$ 4, p.367-374, 1985.

**Granger 1987**. Gilles-Gaston Granger, *Leçon inaugurale au Collège de France*, Paris, Éd. Du Collège de France, 1987. Rééd. In *Noesis*, **38,** 2022, p.251-269, https://journals.openedition.org/noesis/7423.

**Granger 1988**. Gilles-Gaston Granger, *Pour la connaissance philosophique*, Paris, Odile Jacob, 1988.

**Granger 1993**. Gilles-Gaston Granger, *La science et les sciences*, Paris, PUF, 1993.

**Granger 1994**. Gilles-Gaston Granger, *Formes, opérations, objets*, Paris, Vrin, 1990.

**Granger 2003**. Gilles-Gaston Granger, *Philosophie, langage, science*, Paris, Edp Sciences, 2003.

**Granger et Vuillemin 1968**. Gilles-Gaston Granger et Jules Vuillemin, « Tendances de la philosophie des sciences en France depuis 1950 », *Contemporary Philosophy. A Survey*. – *La philosophie contemporaine. Chroniques*, ed. Raymond Klibansky, La Nuova Italia, Firenze, 1968, p.161-163.

**Gueroult 1956**. Martial Gueroult, *Descartes selon l'ordre des raisons, vol. 1*, Paris, Aubier, 1956.

**Hopcroft et Ullman 1979**. John Hopcroft et Jeffrey Ullman, *Introduction to Automata Theory, Languages and Computation*, Addison-Wesley, 1979.

**Mélès 2009**. Baptiste Mélès, *La négation en théorie de la démonstration, de Gerhard Gentzen à Jean-Yves Girard*, hal-01225141, 2009.

**Michel 2000**. Alain Michel, « Mathématique et « profondeur » : l'exemple de la théorie des nombres », in G. Ravis-Giordani, *Jean Toussant Desanti, une pensée et son site*, Paris, Editions CNRS 2000, p.181-199.

**Scott 1971**. Dana Scott, "On engendering an illusion of understanding", *Jour. of Philosophy*, 1971, p.787-807.

**Scott 1981**. Dana Scott *et al.*, *Notes on the Formalization of Logic*, Oxford, Oxford University Press, 1981.

**Smith and Latham**. David E. Smith and Marcia L. Latham, *The Geometry of René Descartes*, La Salle, Open Court, 1925. Reprint, Dover Books, 1954.

**Szabo 1969**. *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, ed. By M. E. Szabo, Amsterdam – Londres, North-Holland, 1969.

**Quine 1972**. William V.O. Quine, *Methods of Logic*, 3rd ed., Holt, Rinehart and Winston, 1972.

**Vuillemin 1960**. Jules Vuillemin, *Mathématiques et métaphysique chez Descartes*, Paris, PUF, 1960.

**Vuillemin 1986**. Jules Vuillemin, *What are Philosophical Systems ?*, Cambridge, 1986.

**Vuillemin 1987**. Jules Vuillemin, « Sur la dualité », *Manuscrito*, vol.10, nº 2, 1987.

Éric Audureau, Centre Gilles Gaston Granger
Aix Marseille Université
eric.audureau@wanadoo.fr

⋆
⋆ ⋆